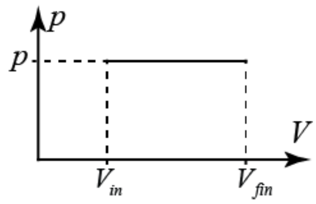
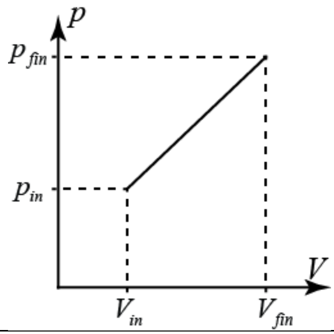
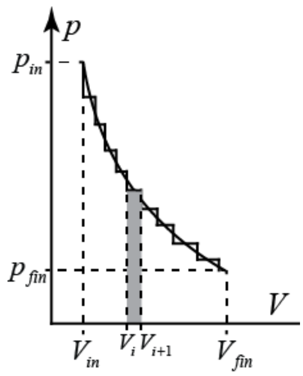
Problema 11.2

	Soluție	Punctaj
a)	Pentru cunoașterea principiului I al termodinamicii: $\Delta Q = \Delta U + L$, (1) **(0.5 p.)** unde ΔQ este cantitatea de căldură comunicată gazului, ΔU este variația energiei interne a gazului, iar L este lucrul efectuat de gaz. Pentru cunoașterea faptului că în orice proces cantitatea de căldură transmisă unui mol de gaz este egală cu produsul dintre căldura molară și variația temperaturii gazului: $\Delta Q = C\Delta T$ și pentru un mol de gaz $C\Delta T = \Delta U + L$ (2) **(0.5 p.)** Pentru cunoașterea faptului că variația energiei interne a unui mol de gaz în orice proces: $\Delta U = C_V \Delta T$ (3) **(0.5 p.)** Pentru cunoașterea faptului că lucrul efectuat de gaz întotdeauna este egal numeric cu aria figurii formate de dependența presiunii de volum, axa absciselor și dreptele paralele axei ordonatelor V_{in} și V_{fin}. **(0.5 p.)** Pentru scrierea ecuației de stare a unui mol de gaz ideal: $pV = RT$ și calculele: $\begin{cases} pV = RT \\ T = \alpha V \end{cases} \Rightarrow pV = \alpha RV \Rightarrow p = \alpha R = \text{const.}$, **(0.5 p.)**  unde α este o constantă pozitivă. Pentru construirea graficului funcției $p = \alpha R = \text{const.}$ (vezi *figura* alăturată) și calcularea lucrului efectuat de gaz: $L = p\Delta V = \alpha R \frac{\Delta T}{\alpha} = R\Delta T$, **(0.5 p.)** Pentru obținerea cu ajutorul (2), (3) și (5) a căldurii molare: $C\Delta T = C_V \Delta T + R\Delta T \Rightarrow \boxed{C = C_V + R}$ **(0.5 p.)**	3.5 p.
b)	Pentru calculele: $\begin{cases} PV = RT \\ T = \beta V^2 \end{cases} \Rightarrow PV = \beta RV^2 \Rightarrow P = \beta RV$ **(1.0 p.)** unde β este o constantă pozitivă. Pentru construirea graficului dependenței p de V (vezi *figura* alăturată). **(0.5 p.)** Pentru calcularea lucrului efectuat de gaz, egal cu aria figurii hașurate: $L = p_{med}\Delta V = \frac{p_1 + p_2}{2}\left(V_{fin} - V_{in}\right) = \frac{\beta R}{2}\left(V_{fin} + V_{in}\right)\left(V_{fin} - V_{in}\right) =$ **(1.0 p.)** $= \frac{\beta R}{2}\left(V_{fin}^2 - V_{in}^2\right) = \frac{\beta R}{2}\frac{T_{fin} - T_{in}}{\beta} = \frac{1}{2}R\Delta T$  Pentru substituirea acestui rezultat în (2) și obținerea rezultatului final: $C\Delta T = C_V \Delta T + \frac{1}{2}R\Delta T \Rightarrow \boxed{C = C_V + \frac{1}{2}R}$ **(0.5 p.)**	3.0 p.
c)	Pentru calculele: $\begin{cases} pV = RT \\ T = \frac{\gamma}{V} \end{cases} \Rightarrow pV = \frac{\gamma R}{V} \Rightarrow p = \frac{\gamma R}{V^2}$ **(1.0 p.)** unde γ este o constantă pozitivă.  Pentru construirea graficului dependenței presiunii p de volumul V (vezi *figura* alăturată) și observarea faptului că pentru calcularea ariei figurii hașurate, trebuie de divizat intervalul de variație a volumului în intervale de variație a acestuia atât de mici, încât presiunea gazului să nu se schimbe la această variație. În acest caz lucrul gazului va fi egal cu suma ariilor tuturor fâșiilor dreptunghiulare din figură: $L = \gamma R \sum \frac{\Delta V_i}{V^2}$ **(1.0 p.)**	3.5 p.

	Pentru observarea faptului că pentru $\Delta V_i = V_{i+1} - V_1$ mici $V^2 \approx V_i V_{i+1}$ și $$L = \gamma R \sum \frac{V_{i+1} - V_i}{V_i V_{i+1}} = \gamma R \sum \left(\frac{1}{V_i} - \frac{1}{V_{i+1}} \right) = \gamma R \left(\frac{1}{V_{in}} - \frac{1}{V_2} + \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_3} + \frac{1}{V_3} - \frac{1}{V_4} + \ldots - \frac{1}{V_{fin}} \right) =$$ **(1.0 p.)** $$= \gamma R \left(\frac{1}{V_{in}} - \frac{1}{V_{fin}} \right) = \gamma R \frac{T_{in} - T_{fin}}{\gamma} = -R\left(T_{fin} - T_{in}\right) = -R\Delta T$$ Pentru substituirea acestui rezultat în (2) și obținerea rezultatului final: $$C\Delta T = C_V \Delta T - R\Delta T \Rightarrow \boxed{C = C_V - R}$$ **(0.5 p.)** (Se acceptă și calculul: $$L = \gamma R \sum \frac{\Delta V_i}{V^2} = \gamma R \int_{V_{in}}^{V_{fin}} \frac{dV}{V^2} = -\gamma R \cdot \frac{1}{V}\Bigg|_{V_{in}}^{V_{fin}} = -\gamma R \left(\frac{1}{V_{fin}} - \frac{1}{V_{in}} \right)$$)	
	Total max	**10 p.**